SERIE STORICHE - TEMA A

Padova, 10 Febbraio 2025

Nome Cognome N. matricola

NOTA: Dove possibile si approssimino tutti i risultati alla terza cifra decimale

Il file *seriea.txt* contiene una serie storica di 300 dati mensili per gli anni dal 2000 al 2024 compresi.

Esercizio 1. Si stimi un opportuno trend polinomiale (ordine massimo 4).

1. Si riporti il grado del polinomio scelto specificando il criterio usato: 2, $\bar{R}^2 = .874$
2. Nella tabella sottostante si riportino le stime dei parametri:

Parametro	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4
Stima	100400	-17.14	.666		
p-value	.000	.307	.000		
Accetto H_0*?* ($\alpha = 0.05$)	NO	SI	NO		

3. Si dica, giustificando la risposta, se i residui del modello sono White Noise:
   No, i residui presentano molte autocorrelazioni globali e parziali significative. In particolare il modello non coglie la componente stagionale della serie e quindi le autocorrelazioni ai multipli di 12 sono significative.

Esercizio 2. Si considerino le due medie mobili:

$$M_1 = \left\{[5]; \frac{1}{8}[1, 2, \mathbf{2}]\right\} \quad \text{e} \quad M_2 = \left\{[13]; \frac{1}{24}[1, 2, 2, 2, 2, 2, \mathbf{2}]\right\}.$$

1. Si calcolino i valori di M_1 e di M_2 per l'ultimo mese possibile, specificando quale sia:
   M_1 : 152059.10 a ottobre 2024 M_2 : 153629.65 a giugno 2024.

2. Si scelga la media mobile in grado di destagionalizzare la serie giustificando la scelta:
   M2 perché combinazione di medie mobili semplici di ordine 12, mentre M1 è adatta per dati trimestrali ma non mensili.

3. Si destagionalizzi la serie con la media mobile scelta completando la seguente tabella:

Mese	Gennaio 2024	Giugno 2024
Coefficienti specifici di stagionalità	11898.108	12932.450
Coefficienti grezzi di stagionalità	7695.701	2603.714
Coefficienti ideali di stagionalità	7706.186	2614.199
Serie destagionalizzata	156253.91	163947.90

Esercizio 3. Si identifichi il modello SARIMA che si adatta meglio alla serie.

1. Si riportino gli ordini del modello prescelto:

p	d	q	P	D	Q	s
0	1	2	0	1	0	12

2. Si riportino le stime dei parametri:

Parametro	θ_1	θ_2					
Stima	-1.512	.556					
S.E.	.047	.048					

3. Si riportino la statistica di Ljung-Box Q_{36} e il relativo p-value: $Q_{36} = 32.88 \quad p = .522$

4. Si discutano le diagnostiche del modello scelto e si commentino le evidenze principali riguardo:

   (a) Significatività dei parametri
   I parametri sono tutti significativi ($p = 0$) e quindi il modello non è sovraparametrizzato.

   (b) Stazionarietà e invertibilità del processo
   Il processo non è stazionario in quanto ci sono 2 differenziazioni. Le radici della componente MA sono tutte in modulo > 1, quindi il processo risulta invertibile (anche se una radice pari a 1.13 può far pensare ad una possibile sovradifferenziazione).

   (c) Autocorrelazione dei residui
   I residui sono incorrelati, anche se al limite della significatività ad alcuni lag. Simili evidenze dai test di Ljung-Box. Alcuni modelli alternativi presentano residui leggermente migliori ma con parametri non significativi e/o un peggioramento di AIC e BIC.

5. Si riportino in tabella le previsioni per i mesi indicati con gli intervalli di confidenza a livello $\alpha = .05$ (si riportino i valori arrotondati all'intero):

Mese	Gennaio 2025	Giugno 2025	Dicembre 2025
Previsione	168395	171278	160644
Intervallo	[161922;174867]	[163983;178573]	[153316;167972]